

## Physik: Ideales Gas & Thermodynamik

### Description

Gehört zu: [Thermodynamik](#)

Siehe auch: [GeoGebra](#), [Hertzprung-Russel-Diagramm](#), [Hydrostatisches Gleichgewicht](#), [Wärmepumpe](#)

Benutzt: [WordPress-Plugin Latex](#), [Grafiken von Github](#), Grafik von Wikipedia

Stand: 16.10.2022

### Ideales Gas

ist ein hinreichend verdünntes Gas, sodass ausser bei Kollisionen von Molekülen (als elastischer Stoß) keinerlei Wechselwirkung zwischen ihnen geschieht.

Das bedeutet u.a., dass wir weit entfernt von Phasenübergängen (fest & flüssig & gasförmig) sein müssen.

Zur Idealisierung gehört auch, dass die Gasmoleküle als Punktmassen verstanden werden können. D.h. für die Bewegung hat man nur die drei **Freiheitsgrade** der Translation, keine Rotation und keine Oszillation.

Neben dem hier beschriebenen & Idealen Gas & gibt es natürlich auch ein **Nichtideales Gas** und auch ein **Entartetes Gas** und noch schlimmer ein **Relativistisches entartetes Gas**. Diese Begriffe werden gerne bei der Untersuchung von sog. **Elektronengas** benutzt.

Bei einem & Idealen Gas & gilt als Zustandsgleichung die sog. & Ideale Gasgleichung & (s.u.). Bei einem entarteten Gas hängt die Zustandsgrößen Druck nicht mehr von der Temperatur ab, sondern nur noch von der Dichte.

### Links:

- Prof. Paul Wagner: <https://youtu.be/ImoG19t2YAA> PH I-32 Grundlagen, Temperatur
- Prof. Paul Wagner: [https://youtu.be/U0ltq\\_SxQKU](https://youtu.be/U0ltq_SxQKU) PH I-33 Ideale Gase, absolute Temperatur
- Prof. Paul Wagner: <https://youtu.be/-UIJIFZvrcw> PH I-34 Kinetik idealer Gase
- Prof. Paul Wagner: <https://youtu.be/z7Bfs5QVx28> PH I-35 Kinetische Definition der Temperatur
- Prof. Paul Wagner: <https://youtu.be/bOxhLZ5cNfk> PH I-36 Maxwell Boltzmann'sche Geschwindigkeitsverteilung
- Prof. Paul Wagner: <https://youtu.be/oR3HvhNrW1Y> PH I-37 Wärmekapazität, Transportvorgänge
- Prof. Paul Wagner: <https://youtu.be/laMQaf0Ax3U> PH I-38 Erster Hauptsatz der Thermodynamik
- Prof. Paul Wagner: <https://youtu.be/6PSoBfWnp90> PH I-39 Zweiter Hauptsatz der Thermodynamik, Kreisprozesse

- Prof. Paul Wagner: <https://youtu.be/0hSyDJl45zo> PH I-40 Carnot-Prozess, Entropie

## Boyle-Mariotte

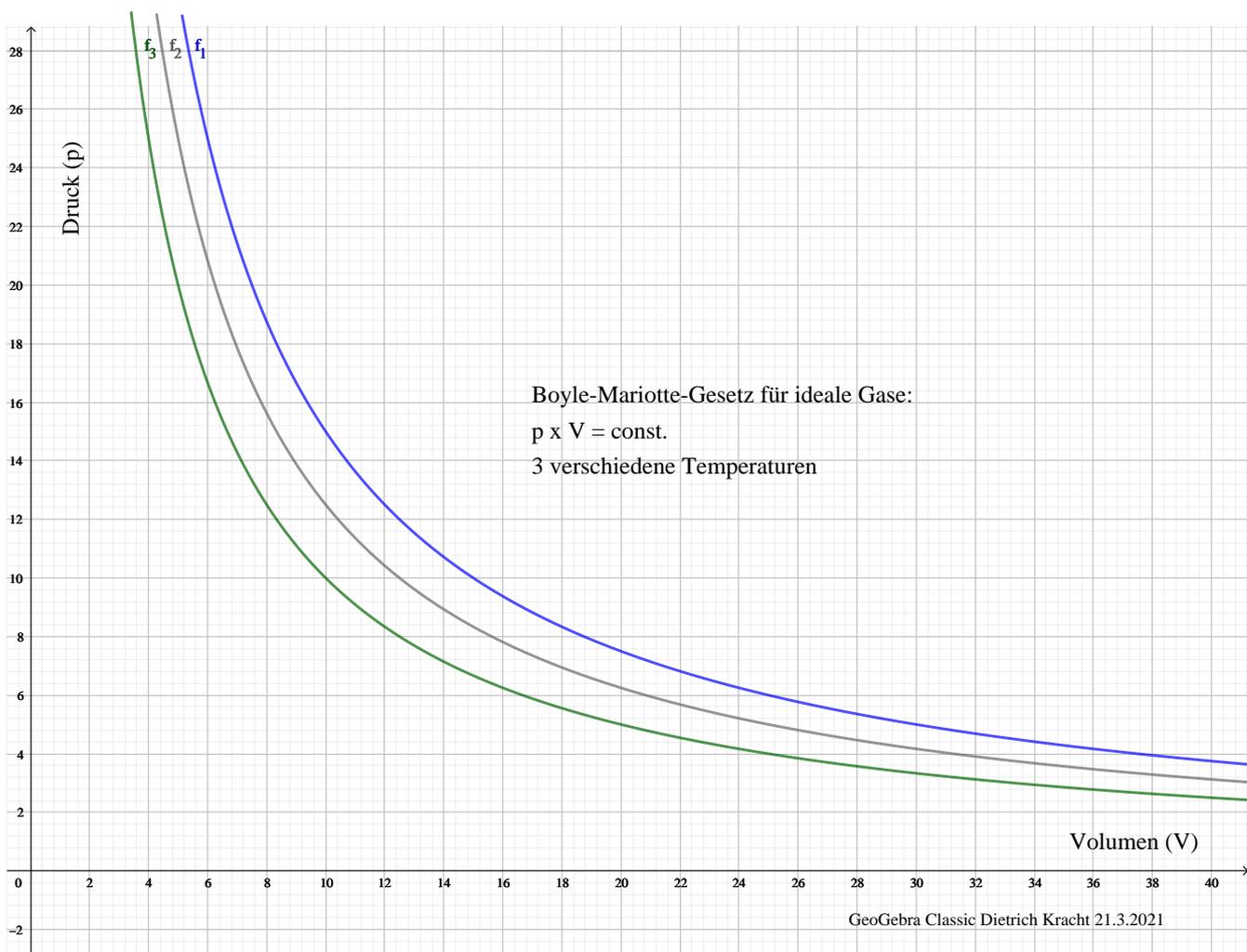
**Robert Boyle** und **Edme Mariotte** fanden unabhängig von einander 1662 bzw. 1676 das nach ihnen benannte Boyle-Mariotte'sche Gesetz:

$$p \cdot V = \text{const.}$$

Wobei die Temperatur konstant gehalten wird (und auch die Stoffmenge) und zwar dadurch dass man die Veränderungen im Volumen ganz langsam durchführt, sodass immer wieder das thermodynamische Gleichgewicht mit der Umgebung erhalten bleibt.

Siehe auch: [GeoGebra](#)

**Abbildung 1:** Das Boyle-Mariottesche Gesetz (Github: Boyle-Marriot-Gesetz.svg)



Boyle-Marriot-Gesetz (GeoGebra Classic)

## Gay-Lussac

Wenn man nun den Druck konstant hält (und auch die Stoffmenge gleich bleibt) und dann die Temperatur variiert, bekommt man das **Gay-Lussac (1787-1850) Gesetz**.

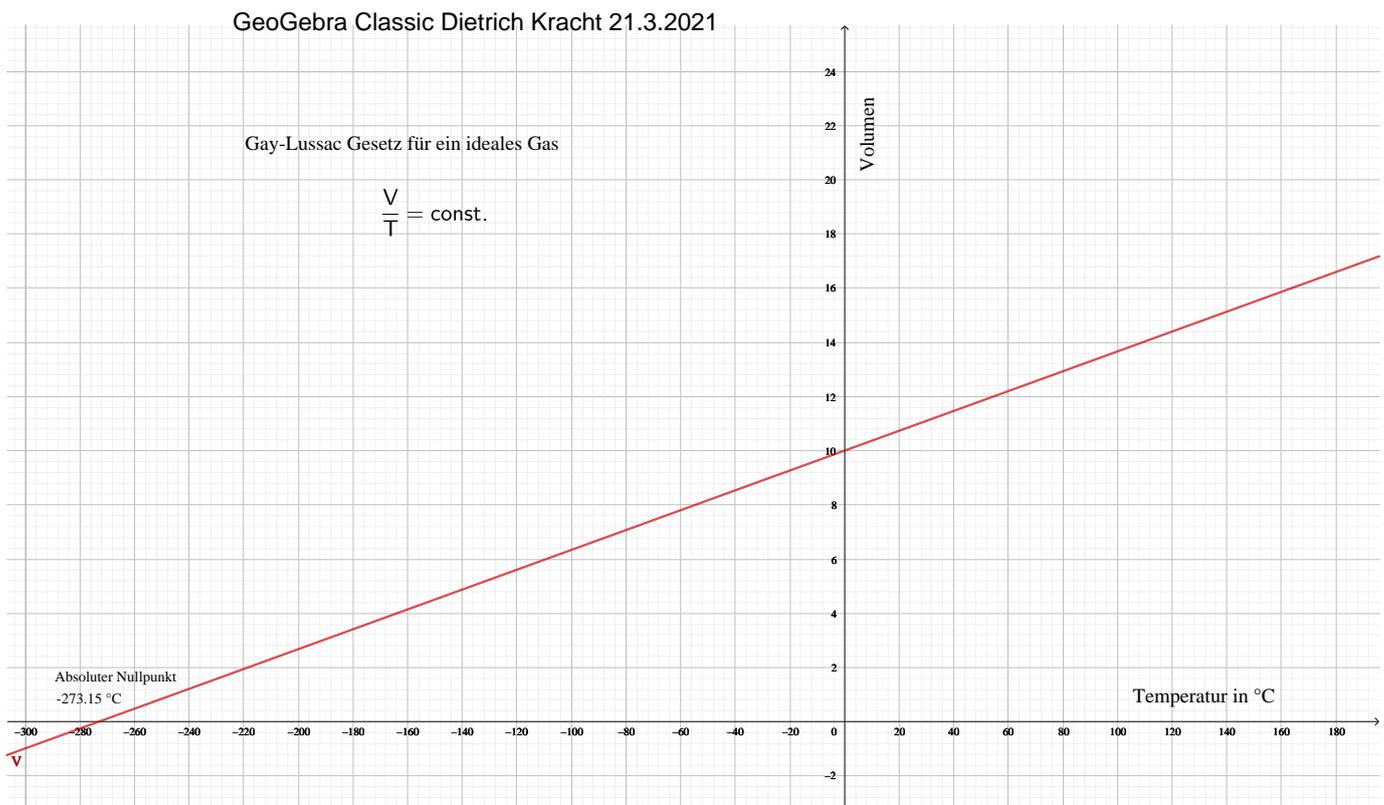
**Lord Kelvin** (1824-1907) hatte 1848 die absolute Temperaturskala vorgeschlagen, wodurch sich das Gay-Lussac'sche Gesetz sehr einfach in seiner heutigen Form schreiben lässt:

$$\left( \frac{V}{T} = \text{const.} \right)$$

Wobei hier T die absolute Temperatur ist!

Siehe auch: [GeoGebra](#)

**Abbildung 2:** Das Gay-Lussacsche Gesetz (Github: Gay-Lyssac-Gesetz.svg)



Gay-Lussac-Gesetz! Dietrich Kracht 21.3.2021 GeoGebra Classic

## Amontons

Der französische Physiker **Guillaume Amontons (1663-1705)** entdeckte schon sehr früh die Proportionalität von Druck und Temperatur! bei konstantem Volumen und konstanter Stoffmenge.

$$\left( \frac{p}{T} = \text{const.} \right)$$

## Avogadro

Auf **Amadeo Avogadro (1776-1856)** geht zurück:

$$\left( \frac{V}{n} = \text{const.} \right)$$

Wenn man also den Druck und die Temperatur konstant hält, ist das Volumen  $V$  proportional zur Stoffmenge  $n$ .

## Ideale Gasgleichung

Zusammengefasst (Boyle-Mariotte, Gay Lussac, Amontis, Avogadro), ergibt sich:

$$\left( \frac{p \cdot V}{n \cdot T} = \text{const.} \right)$$

Etwas umgeschrieben ist das die berühmte **Zustandsgleichung** für ideale Gase:

$$( p \cdot V = n \cdot R \cdot T \quad \left. \right)$$

Dabei ist  $p$  der Druck,  $V$  das Volumen,  $n$  die **Stoffmenge** (messen wir in **mol**),  $R$  die **allgemeine Gaskonstante** (8,3145 Joule/(mol\*Kelvin)) ist und  $T$  die absolute Temperatur ist.

Interessant dabei ist, dass dies unabhängig von der Art des Gases ist – also Helium, Stickstoff etc. Es muss einfach nur ein „ideales Gas“ sein. Umgekehrt sagen wir, ein Gas ist dann „ideal“, wenn es dieser Gleichung genügt.

Wenn wir die **Stoffmenge**  $n$  mit der Avogadroschen Zahl  $N_A$  ( $6,02214076 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ ) in eine Teilchenzahl  $N$  umrechnen, also:

$$( N = N_A \cdot n \quad \left. \right)$$

bekommen wir als Gasgleichung (mit der Avogadroschen Zahl):

$$( p \cdot V = N \cdot \frac{R}{N_A} \cdot T \quad \left. \right)$$

Später werden wir sehen, dass  $\left( \frac{R}{N_A} = k_B \right)$  die sagenhafte **Boltzmann-Konstante** ist.

## Anwendung der idealen Gasgleichung

### Masse und Stoffmenge

Häufig kommt es vor, dass wir die Masse kennen und daraus aber die **Stoffmenge** ermitteln müssen.

Hilfreich ist dabei die mittlere **molare Masse** des betrachteten Gases:

$$\left( \mu = \frac{\text{Masse}}{\text{Stoffmenge}} \right) \quad (\text{also in kg/mol})$$

Die Masse von Atomen bekommt man aus dem **Periodensystem** (in sog. Atomaren Einheiten). Allerdings steht dort das Mittel aus den in der Natur vorkommenden Isotopen, gewichtet mit ihren natürlichen Häufigkeiten.

Für Moleküle muss man die Massen der enthaltenen Atome addieren. Die so ermittelte Atommasse eines Moleküls ist in sehr guter Näherung die Masse von einem Mol in Gramm (Beispiele s.u.).

**Abbildung 3:** Periodensystem der Elemente (aus Google gemeinfrei <https://de.wikipedia.org/wiki/Periodensystem>)

**Legende**

Ordnungszahl	Atomgewicht	Symbol	Name	Elektronegativität	Dichte
17	35,451	Cl	Chlor	3,16	3,21

**Serie (Flächenfarbe)**

- Alkalimetalle
- Erdalkalimetalle
- Übergangsmetalle
- Lanthanoide
- Actinoide
- Metalle
- Halbmetalle
- Nichtmetalle
- Halogene
- Edelgase

**Gruppe**

**Periode**

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1 H Wasserstoff 1,008	2 He Helium 4,003	3 Li Lithium 6,94	4 Be Beryllium 9,0122	5 B Bor 10,81	6 C Kohlenstoff 12,011	7 N Stickstoff 14,007	8 O Sauerstoff 15,999	9 F Fluor 18,998	10 Ne Neon 20,18	11 Na Natrium 22,990	12 Mg Magnesium 24,305	13 Al Aluminium 26,982	14 Si Silicium 28,085	15 P Phosphor 30,974	16 S Schwefel 32,06	17 Cl Chlor 35,45	18 Ar Argon 39,948
19 K Kalium 39,098	20 Ca Calcium 40,078	21 Sc Scandium 44,956	22 Ti Titan 47,867	23 V Vanadium 50,942	24 Cr Chrom 51,996	25 Mn Mangan 54,938	26 Fe Eisen 55,845	27 Co Cobalt 58,933	28 Ni Nickel 58,693	29 Cu Kupfer 63,546	30 Zn Zink 65,380	31 Ga Gallium 69,723	32 Ge Germanium 72,630	33 As Arsen 74,922	34 Se Selen 78,971	35 Br Brom 79,904	36 Kr Krypton 83,80
37 Rb Rubidium 85,468	38 Sr Strontium 87,62	39 Y Yttrium 88,906	40 Zr Zirkonium 91,224	41 Nb Niob 92,906	42 Mo Molybdän 95,95	43 Tc Technetium 96,906	44 Ru Ruthenium 101,07	45 Rh Rhodium 101,07	46 Pd Palladium 106,42	47 Ag Silber 107,87	48 Cd Cadmium 112,41	49 In Indium 114,82	50 Sn Zinn 118,71	51 Sb Antimon 121,76	52 Te Tellur 127,60	53 I Iod 126,905	54 Xe Xenon 131,29
55 Cs Caesium 132,91	56 Ba Barium 137,33	57 La Lanthan 138,91	58-71 Lanthanoide	72 Hf Hafnium 178,49	73 Ta Tantal 180,95	74 W Wolfram 183,84	75 Re Rhenium 186,21	76 Os Osmium 190,23	77 Ir Iridium 192,22	78 Pt Platin 195,08	79 Au Gold 196,97	80 Hg Quecksilber 200,59	81 Tl Thallium 204,38	82 Pb Blei 207,2	83 Bi Bismut 208,98	84 Po Polonium 209	85 At Astat 210
87 Fr Francium 223,02	88 Ra Radium 226,03	89 Ac Actinium 227,03	90-103 Actinoide	104 Rf Rutherfordium 261	105 Db Dubnium 262	106 Sg Seaborgium 263	107 Bh Bohrium 264	108 Hs Hassium 265	109 Mt Meitnerium 266	110 Ds Darmstadtium 267	111 Rg Roentgenium 268	112 Cn Copernicium 269	113 Nh Nihonium 270	114 Fl Flerovium 271	115 Mc Moscovium 272	116 Lv Livermorium 273	117 Ts Tenness 274
58 Ce Cer 140,12	59 Pr Praseodym 140,91	60 Nd Neodym 144,24	61 Pm Promethium 144,91	62 Sm Samarium 150,36	63 Eu Europium 151,96	64 Gd Gadolinium 157,25	65 Tb Terbium 158,93	66 Dy Dysprosium 162,50	67 Ho Holmium 164,93	68 Er Erbium 167,26	69 Tm Thulium 168,93	70 Yb Ytterbium 173,05	71 Lu Lutetium 174,97				
90 Th Thorium 232,04	91 Pa Protactinium 231,04	92 U Uran 238,03	93 Np Neptunium 237,05	94 Pu Plutonium 244,06	95 Am Americium 243,06	96 Cm Curium 247,07	97 Bk Berkelium 247,07	98 Cf Californium 251,08	99 Es Einsteinium 252,08	100 Fm Fermium 257,10	101 Md Mendelevium 258,10	102 No Nobelium 259,10	103 Lr Lawrencium 262,11				

Die Atommasse wird in sog. "atomaren Einheiten" mit dem Formelzeichen  $u$  angegeben.  $u$  ist definiert als 1/12 der Masse eines isolierten  $^{12}\text{C}$ -Atoms im Grundzustand.

Wenn wir die Masse eines  $^{12}\text{C}$ -Atoms messen, erhalten wir damit die Umrechnung in Gramm:

$$(1u = 1,66053906660 \cdot 10^{-24} \text{g})$$

Um die Molare Masse eines Stoffes zu ermitteln, müssen uns fragen, welche Masse 1 mol des betrachteten Stoffes hat. Dazu ermitteln wir die Masse (Atommasse) eines Moleküls und multiplizieren die mit der Anzahl Moleküle in 1 mol, also mit der Avogadroschen Zahl  $N_A = 6,02214076 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ .

Die folgenden Beispiele wurden angeregt durch:

**Abbildung 4:** Ideale Gasgleichung

### Beispiel: Methan $\text{CH}_4$

Aus dem Periodensystem bekommen wir die Atommassen.

Ein Kohlenstoffatom (C) hat die Atommasse 12,011u (gewichtetes Mittel der natürlichen C-Isotope)

Vier Wasserstoffatome (H) haben die Atommasse  $4 \times 1,0080\text{u}$

Zusammen hat also ein Molekül Methan eine Atommasse von  $16,033\text{u} = 16,033 \times 1,660539 \times 10^{-24} \text{g}$

Multipliziert mit der Avogadroschen Zahl (der Anzahl Molekülen in 1 mol), ergibt das: 16,033 g

### Was sagt uns das?

Erstens sehen wir, dass die neue Definition der Einheit **mol** im [SI-System von 2019](#)  $1 \text{ mol} =$  eine Stoffportion bestehend aus  $N_A$  Teilchen gut übereinstimmt mit der alten Definition  $1 \text{ mol} =$  Atommasse in Gramm.

Zweitens können wir jetzt mit der Gasgleichung ausrechnen, wieviel Volumen unser Methan unter Laborbedingungen (20°C und 1 atm) einnimmt.

Als Beispiel nehmen wir:

- Masse Methan:  $m = 0,1 \text{ g}$
- Molare Masse Methan:  $M = 16,003 \text{ g/mol}$
- Stoffmenge Methan:  $n = 0,1/16,033 \text{ mol} = 0,00625 \text{ mol}$
- Temperatur:  $T = 293,15 \text{ K}$  (20°C)
- Druck:  $p = 101,325 \text{ kPa} = 101325 \text{ Pa} = 101325 \text{ N m}^{-2}$  (1 atm)
- Gaskonstante  $R = 8,314 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$

Dann können wir mit der idealen Gasgleichung das Volumen berechnen:

$$V = \frac{n \cdot R \cdot T}{p} = \frac{0,00625 \cdot 8,314 \cdot 293,15}{101325} \text{ m}^3 = 0,000157 \text{ m}^3$$

Das Methan nimmt also unter Laborbedingungen ein Volumen von 0,157 Liter ein.

## Kinetische Energie

Wenn wir die Kinetik der Moleküle betrachten, also die Bewegungen, entsteht der Druck durch Impulsbeitrag auf die Aussenwand des Gefäßes.

Das Gesetz von **Bernoulli** sagt dafür:

$$p = \frac{1}{3} \cdot n \cdot \mu \cdot \langle v^2 \rangle$$

wobei  $n$  hier die Teilchendichte, also Anzahl Teilchen pro Volumen, ist und die spitzen Klammern den Mittelwert stehen..

Wenn wir diese Gleichung mit  $V$  multiplizieren, erhält man:

$$p \cdot V = \frac{1}{3} \cdot N \cdot \mu \cdot \langle v^2 \rangle = \frac{2}{3} \cdot N \cdot \langle E_{\text{kin}} \rangle$$

wobei  $N$  die Anzahl der Teilchen ist.

Die mittlere kinetische Energie eines Moleküls eines Idealen Gases (also nur translatorische Bewegung in drei Freiheitsgraden) ist:

$$\langle E_{\text{kin}} \rangle = \frac{3}{2} \cdot k_B \cdot T$$

**Ausblick:**

- Auf dieser Basis wird die physikalische Größe Temperatur dann als thermodynamische Temperatur beliebiger Substanzen wirklich [definiert](#).
- Zusätzlich zum Mittelwert von Geschwindigkeiten bzw quadrierten Geschwindigkeiten wird auch noch die Breite der Verteilung von Interesse sein, was uns zur **Maxwell-Verteilung** führen wird!

## Wichtigkeiten

Ein weitergehendes Konzept ist das von **Flüssigkeiten**. Die werden im physikalischen Teilgebiet **Hydrodynamik** behandelt. Von einer Flüssigkeit spricht man, wenn die mittlere freie Weglänge der Teilchen sehr, sehr klein gegenüber der Größe des betrachteten Systems ist.

## Das Jeans-Kriterium

Das Jeans-Kriterium, benannt nach **James Jeans** (1877-1946), soll ja angeben, unter welchen Bedingungen eine Gaswolke im Universum unter dem Einfluss ihrer [Gravitation](#) kontrahiert, dabei wärmer wird und ggf. eine [Kernfusion](#) einleitet.

Zur Abschätzung der kritischen Jeans-Masse bieten sich zwei Wege an:

1. Druck: Gasdruck = Gravitationsdruck
2. Energie: Potentielle Energie = Kinetische Energie

Vergleiche hierzu auch: [Hydrostatisches Gleichgewicht](#)

### Gasdruck

Wir betrachten eine kugelförmige (Radius  $R$ ) homogene Gaswolke der Masse  $M$ .

Der Gasdruck ist nach der idealen Gasgleichung (s.o.):

$$p = \frac{N}{V} \cdot \frac{R}{N_A} \cdot T$$

Ein Teilchen (Gasmolekül) habe nun die Masse  $m$ . Dann gilt für die Masse:

$$M = N_A \cdot n \cdot m = N \cdot m$$

Die Dichte der Gaswolke ist demnach:

$$\rho = \frac{M}{V} = \frac{N \cdot m}{V} = \frac{N}{V} \cdot m$$

Also ist

$$\frac{N}{V} = \frac{\rho}{m}$$

Wenn wir das oben einsetzen ergibt sich:

$$p_{\text{Gas}} = \frac{\rho}{m} \cdot k_B \cdot T$$

### Gravitationsdruck

Der Gravitationsdruck ist (will ich noch richtig ausrechnen, mit Integral und so):

$$p_{\text{grav}} = \frac{3 G M^2}{8 \pi r^4}$$

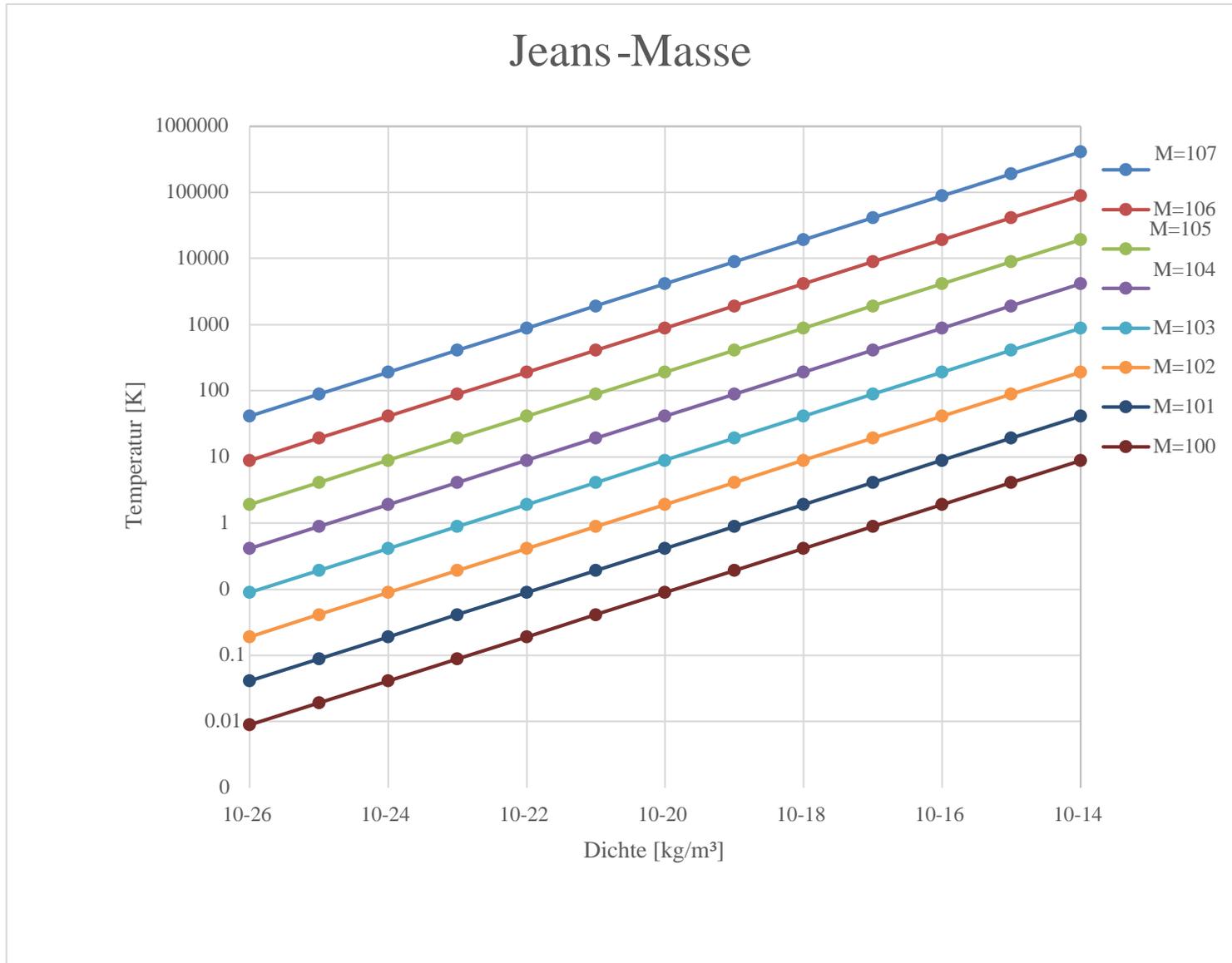
### Jeans-Masse

Wann ist der Gravitationsdruck mindestens genauso groß wie der Gasdruck?

$$M_{\text{Jeans}} = \sqrt{\frac{6}{\pi}} \cdot \sqrt{\frac{1}{\rho} \left( \frac{k_B T}{G m} \right)^3}$$

Für eine Gaswolke aus atomarem Wasserstoff ergibt sich mit doppelt logarithmischen Skalen folgendes Bild:

Abbildung 5: Die Jeans-Masse (Github: JeansMasse.svg)



Jeans-Masse Dietrich Kracht 24.3.2021

Beispielsweise können wir ablesen: Eine Gaswolke (atomarer Wasserstoff) von 10 Sonnenmassen würde bei einer Dichte von  $10^{-16}$  kg/m<sup>3</sup> und einer Temperatur von 10 K anfangen sich unter ihrer eigenen Gravitation zusammen zu ziehen!

## CATEGORY

1. Physik

## POST TAG

1. Thermodynamik

**Category**

1. Physik

**Tags**

1. Thermodynamik